

hervor. Alle unsere zeiträumlichen Konstatierungen laufen stets auf die Bestimmung zeiträumlicher Koinzidenzen hinaus. Bestände beispielsweise das Geschehen nur in der Bewegung materieller Punkte, so wäre letzten Endes nichts beobachtbar als die Begegnungen zweier oder mehrerer dieser Punkte. Auch die Ergebnisse unserer Messungen sind nichts anderes als die Konstatierung derartiger Begegnungen materieller Punkte unserer Maßstäbe mit anderen materiellen Punkten bzw. Koinzidenzen zwischen Uhrzeigern, Zifferblattpunkten und ins Auge gefaßten, am gleichen Orte und zur gleichen Zeit stattfindenden Punkt ereignissen.

Die Einführung eines Bezugssystems dient zu nichts anderem als zur leichteren Beschreibung der Gesamtheit solcher Koinzidenzen. Man ordnet der Welt vier zeiträumliche Variable x_1, x_2, x_3, x_4 zu, derart, daß jedem Punkt ereignis ein Wertesystem der Variablen $x_1 \dots x_4$ entspricht. Zwei koinzidierenden Punkt ereignissen entspricht dasselbe Wertesystem der Variablen $x_1 \dots x_4$; d. h. die Koinzidenz ist durch die Übereinstimmung der Koordinaten charakterisiert. Führt man statt der Variablen $x_1 \dots x_4$ beliebige Funktionen derselben, x'_1, x'_2, x'_3, x'_4 als neues Koordinatensystem ein, so daß die Wertesysteme einander eindeutig zugeordnet sind, so ist die Gleichheit aller vier Koordinaten auch im neuen System der Ausdruck für die raumzeitliche Koinzidenz zweier Punkt ereignisse. Da sich alle unsere physikalischen Erfahrungen letzten Endes auf solche Koinzidenzen zurückführen lassen, ist zunächst kein Grund vorhanden, gewisse Koordinatensysteme vor anderen zu bevorzugen, d. h. wir gelangen zu der Forderung der allgemeinen Kovarianz.

§ 4. Beziehung der vier Koordinaten zu räumlichen und zeitlichen Meßergebnissen.

Analytischer Ausdruck für das Gravitationsfeld.

Es kommt mir in dieser Abhandlung nicht darauf an, die allgemeine Relativitätstheorie als ein möglichst einfaches logisches System mit einem Minimum von Axiomen darzustellen. Sondern es ist mein Hauptziel, diese Theorie so zu entwickeln, daß der Leser die psychologische Natürlichkeit des eingeschlagenen Weges empfindet und daß die zugrunde

gelegten Voraussetzungen durch die Erfahrung möglichst gesichert erscheinen. In diesem Sinne sei nun die Voraussetzung eingeführt:

Für unendlich kleine vierdimensionale Gebiete ist die Relativitätstheorie im engeren Sinne bei passender Koordinatenwahl zutreffend.

Der Beschleunigungszustand des unendlich kleinen („örtlichen“) Koordinatensystems ist hierbei so zu wählen, daß ein Gravitationsfeld nicht auftritt; dies ist für ein unendlich kleines Gebiet möglich. X_1, X_2, X_3 seien die räumlichen Koordinaten; X_4 die zugehörige, in geeignetem Maßstabe gemessene¹⁾ Zeitkoordinate. Diese Koordinaten haben, wenn ein starres Stäbchen als Einheitsmaßstab gegeben gedacht wird, bei gegebener Orientierung des Koordinatensystems eine unmittelbare physikalische Bedeutung im Sinne der speziellen Relativitätstheorie. Der Ausdruck

$$(1) \quad ds^2 = -dX_1^2 - dX_2^2 - dX_3^2 + dX_4^2$$

hat dann nach der speziellen Relativitätstheorie einen von der Orientierung des lokalen Koordinatensystems unabhängigen, durch Raum—Zeitmessung ermittelbaren Wert. Wir nennen ds die Größe des zu den unendlich benachbarten Punkten des vierdimensionalen Raumes gehörigen Linienelementes. Ist das zu dem Element $(dX_1 \dots dX_4)$ gehörige ds^2 positiv, so nennen wir mit Minkowski ersteres zeitartig, im entgegengesetzten Falle raumartig.

Zu dem betrachteten „Linienelement“ bzw. zu den beiden unendlich benachbarten Punkt ereignissen gehören auch bestimmte Differentiale $dx_1 \dots dx_4$ der vierdimensionalen Koordinaten des gewählten Bezugssystems. Ist dieses sowie ein „lokales“ System obiger Art für die betrachtete Stelle gegeben, so werden sich hier die dX_ν durch bestimmte lineare homogene Ausdrücke der dx_σ darstellen lassen:

$$(2) \quad dX_\nu = \sum_{\sigma} a_{\nu\sigma} dx_\sigma.$$

Setzt man diese Ausdrücke in (1) ein, so erhält man

$$(3) \quad ds^2 = \sum_{\sigma\tau} g_{\sigma\tau} dx_\sigma dx_\tau.$$

1) Die Zeiteinheit ist so zu wählen, daß die Vakuum-Lichtgeschwindigkeit — in dem „lokalen“ Koordinatensystem gemessen — gleich 1 wird.